Matricial Algebra and Numerical Analysis MANA

CM 1 - Rappels d'algèbre linéaire et transformations isométriques

Laurence Denneulin
EPITA

Matricial Algebra and Numerical Analysis MANA © 2026 Laurence Denneulin is licensed under CC BY 4.0.
To view a copy of this license, visit https ://creativecommons.org/licenses/by/4.0/.

Table des matières

01 Rappels d'algèbre linéaire

02 Transformations isométriques

 licensed under CC BY 4.0

01

Rappels d'algèbre linéaire

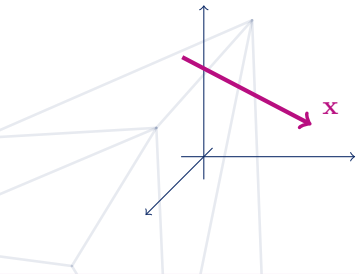
C'est quoi un vecteur ?

Définition

Les vecteurs sont des objets particuliers dont l'addition ou la multiplication par un scalaire génère un objet du même type.

Exemples :

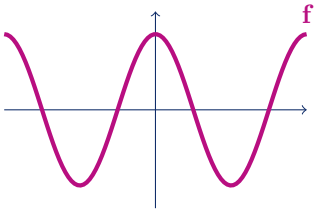
Un vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$.



Une image $\mathbf{y} \in [0, 255]^{M \times N \times 3}$



Une fonction $\mathbf{f} \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$



licensed under CC BY 4.0

Définition

On appelle espace vectoriel sur $E = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, un ensemble V muni d'une loi de composition interne additive $+ : V \times V \to V$ et d'une loi de composition externe multiplicative $. : E \times V \to V$ satisfaisant :

- Propriété de la loi interne : $\forall (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in V^3$,
  - commutativité : $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$
  - associativité :$\mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z}$
  - il existe un élément neutre $0_V \in V$ tel que $\mathbf{x} + 0_V = \mathbf{x}$.
- Propriété de loi externe : $\forall (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in V^2, \forall (\lambda, \mu) \in E^2$,
  - linéarité : $\lambda(\mu\mathbf{x}) = (\lambda\mu)\mathbf{x}$,
  - distributivité à gauche : $\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \lambda\mathbf{x} + \lambda\mathbf{y}$,
  - distributivité à droite : $(\lambda + \mu)\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} + \mu\mathbf{x}$,
  - il existe un élément neutre $1_E \in E$ tel que $1_E\mathbf{x} = \mathbf{x}$, $\forall \mathbf{x} \in V$.
- Stabilité : $\forall (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in V^2, \forall (\lambda, \mu) \in E^2$, $(\lambda\mathbf{x} + \mu\mathbf{y}) \in V$.

licensed under CC BY 4.0

Famille libre

Une famille $\{\mathbf{e}_i\}_{i=1:n}$ de V est dite libre si

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathbf{e}_i = 0_V \Rightarrow \lambda_i = 0_E, \forall i = 1:n. \tag{1}$$

licensed under CC BY 4.0

Famille libre

Une famille $\{\mathbf{e}_i\}_{i=1:n}$ de V est dite libre si

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathbf{e}_i = 0_V \Rightarrow \lambda_i = 0_E, \forall i = 1:n. \tag{1}$$

Famille génératrice

Une famille $\{\mathbf{e}_i\}_{i=1:n}$ de V est dite génératrice si $\forall \mathbf{x} \in V$, $\exists(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in E^N$ tels que

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathbf{e}_i. \tag{2}$$

licensed under CC BY 4.0

Famille libre

Une famille $\{\mathbf{e}_i\}_{i=1:n}$ de V est dite libre si

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathbf{e}_i = 0_V \Rightarrow \lambda_i = 0_E, \forall i = 1:n. \tag{1}$$

Famille génératrice

Une famille $\{\mathbf{e}_i\}_{i=1:n}$ de V est dite génératrice si $\forall \mathbf{x} \in V$, $\exists(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in E^N$ tels que

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mathbf{e}_i. \tag{2}$$

Base

Une famille $\{\mathbf{e}_i\}_{i=1:n}$ de V est une base si c'est une famille libre et génératrice.

licensed under CC BY 4.0

C'est quoi une matrice ?

Définition

Une matrice est une manière compacte de représenter des systèmes linéaires ou des fonctions linéaires. w

licensed under CC BY 4.0

C'est quoi une matrice ?

Définition

Une matrice est une manière compacte de représenter des systèmes linéaires ou des fonctions linéaires. W

Soit $(m, n) \in \mathbb{N}^2$, une matrice $\mathbf{A}$ est un $m \times n$-uplet de coefficients $(a_{i,j})_{i=1:m, j=1:n}$ appartenant à un ensemble E, ordonné dans un schéma rectangulaire de m lignes et n colonnes :

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,j} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ a_{i,1} & & a_{i,j} & & a_{i,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,j} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

On note $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ (notation française) ou $\mathbf{A} \in E^m \times E^n$ ou $\mathbf{A} \in (E^m)^n$ (notation anglaise).

licensed under CC BY 4.0

Produit matrice/vecteur

Soit V_1, V_2 deux espaces vectoriels. Soit une matrice $\mathbf{A} = (a_{i,j})_{i=1:m,j=1:n} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ et un vecteur $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_j)_{j=1:n} \in V_1$, alors le vecteur $\mathbf{y} \in V_2$ est tel que

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \Leftrightarrow \forall i = 1 : m,\ \mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\mathbf{x}_j. \tag{4}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_i \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,j} & \dots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ a_{i,1} & & a_{i,j} & & a_{i,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & \dots & a_{m,j} & \dots & a_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_j \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix}$$

licensed under CC BY 4.0

Produit matrice/vecteur

Soit V_1, V_2 deux espaces vectoriels. Soit une matrice $\mathbf{A} = (a_{i,j})_{i=1:m,j=1:n} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ et un vecteur $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_j)_{j=1:n} \in V_1$, alors le vecteur $\mathbf{y} \in V_2$ est tel que

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \Leftrightarrow \forall i = 1 : m,\ \mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\mathbf{x}_j. \tag{4}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_i \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,j} & \dots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ a_{i,1} & & a_{i,j} & & a_{i,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & \dots & a_{m,j} & \dots & a_{m,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_j \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix}$$

ATTENTION !

Si on veut appliquer une matrice à un vecteur ligne, il faut l'appliquer à droite et le résultat est un vecteur ligne, mais $\mathbf{x}^t\mathbf{A} \neq \mathbf{y}^t$! Il faut transposer $\mathbf{A}$ également !

licensed under CC BY 4.0

Produit entre deux matrices

Soit deux matrices $\mathbf{A} = (a_{i,j})_{i=1:\ell, j=1:m} \in \mathcal{M}_{\ell,m}(E)$ et $\mathbf{B} = (b_{j,k})_{j=1:m, k=1:n} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$, alors la matrice $\mathbf{C} = (c_{i,k})_{i=1:\ell, k=1:n} \in \mathcal{M}_{\ell,n}(E)$ est telle que :

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} \Leftrightarrow \forall i = 1:\ell, \forall k = 1:n,\ \mathbf{C}_{i,k} = \sum_{j=1}^{m} a_{i,j} b_{j,k}. \tag{5}$$

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,j} & \cdots & a_{1,m} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ a_{i,1} & & a_{i,j} & & a_{i,m} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{\ell,1} & \cdots & a_{\ell,j} & \cdots & a_{\ell,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{1,1} & \cdots & b_{1,k} & \cdots & b_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ b_{j,1} & & b_{j,k} & & b_{j,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ b_{m,1} & \cdots & b_{m,k} & \cdots & b_{m,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1,1} & \cdots & c_{1,k} & \cdots & c_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ c_{i,1} & & c_{i,k} & & c_{i,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ c_{\ell,1} & \cdots & c_{\ell,k} & \cdots & c_{\ell,n} \end{pmatrix}$$

licensed under CC BY 4.0

Produit entre deux matrices

Soit deux matrices $\mathbf{A} = (a_{i,j})_{i=1:\ell, j=1:m} \in \mathcal{M}_{\ell,m}(E)$ et $\mathbf{B} = (b_{j,k})_{j=1:m, k=1:n} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$, alors la matrice $\mathbf{C} = (c_{i,k})_{i=1:\ell, k=1:n} \in \mathcal{M}_{\ell,n}(E)$ est telle que :

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} \Leftrightarrow \forall i = 1:\ell, \forall k = 1:n,\ \mathbf{C}_{i,k} = \sum_{j=1}^{m} a_{i,j} b_{j,k}. \tag{5}$$

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,j} & \cdots & a_{1,m} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ a_{i,1} & & a_{i,j} & & a_{i,m} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{\ell,1} & \cdots & a_{\ell,j} & \cdots & a_{\ell,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{1,1} & \cdots & b_{1,k} & \cdots & b_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ b_{j,1} & & b_{j,k} & & b_{j,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ b_{m,1} & \cdots & b_{m,k} & \cdots & b_{m,n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1,1} & \cdots & c_{1,k} & \cdots & c_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ c_{i,1} & & c_{i,k} & & c_{i,n} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ c_{\ell,1} & \cdots & c_{\ell,k} & \cdots & c_{\ell,n} \end{pmatrix}$$

ATTENTION !

$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$! Le produit matriciel n'est pas commutatif ! Ici, il n'est même pas possible de faire le produit $\mathbf{BA}$!

licensed under CC BY 4.0

Quelques propriétés

- Si $\mathbf{A}$ est inversible, on appelle inverse la matrice notée $\mathbf{A}^{-1}$ telle que $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{Id}$.

licensed under CC BY 4.0

Quelques propriétés

- Si $\mathbf{A}$ est inversible, on appelle inverse la matrice notée $\mathbf{A}^{-1}$ telle que $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{Id}$.
- On appelle l'adjoint de la matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ définie plus tôt, la matrice notée $\mathbf{A}^* \in \mathcal{M}_{n,m}(E)$, où * dénote l'adjoint, définie ainsi :

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \overline{a}_{1,1} & \dots & \overline{a}_{i,1} & \dots & \overline{a}_{m,1} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \overline{a}_{1,j} & & \overline{a}_{i,j} & & \overline{a}_{m,j} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \overline{a}_{1,n} & \dots & \overline{a}_{i,n} & \dots & \overline{a}_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

où $\overline{a}_{i,j}$ est le conjugué complexe de $a_{i,j}$.

licensed under CC BY 4.0

Quelques propriétés

- Si $\mathbf{A}$ est inversible, on appelle inverse la matrice notée $\mathbf{A}^{-1}$ telle que $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{Id}$.
- On appelle l'adjoint de la matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ définie plus tôt, la matrice notée $\mathbf{A}^* \in \mathcal{M}_{n,m}(E)$, où * dénote l'adjoint, définie ainsi :

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \overline{a}_{1,1} & \dots & \overline{a}_{i,1} & \dots & \overline{a}_{m,1} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \overline{a}_{1,j} & & \overline{a}_{i,j} & & \overline{a}_{m,j} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \overline{a}_{1,n} & \dots & \overline{a}_{i,n} & \dots & \overline{a}_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

où $\overline{a}_{i,j}$ est le conjugué complexe de $a_{i,j}$.Dans le cas non-complexe, on parle simplement de matrice transposée et on l'a note par un ^{t} (elle peut être aussi notée par $'$ ou $^\top$) et c'est comme si on faisait une symétrie axiale le long de la diagonale $i = j$.

licensed under CC BY 4.0

Quelques propriétés

- Si $\mathbf{A}$ est inversible, on appelle inverse la matrice notée $\mathbf{A}^{-1}$ telle que $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{Id}$.
- On appelle l'adjoint de la matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ définie plus tôt, la matrice notée $\mathbf{A}^* \in \mathcal{M}_{n,m}(E)$, où * dénote l'adjoint, définie ainsi :

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \overline{a}_{1,1} & \dots & \overline{a}_{i,1} & \dots & \overline{a}_{m,1} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \overline{a}_{1,j} & & \overline{a}_{i,j} & & \overline{a}_{m,j} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \overline{a}_{1,n} & \dots & \overline{a}_{i,n} & \dots & \overline{a}_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

  où $\overline{a}_{i,j}$ est le conjugué complexe de $a_{i,j}$.Dans le cas non-complexe, on parle simplement de matrice transposée et on l'a note par un ^{t} (elle peut être aussi notée par $'$ ou $^\top$) et c'est comme si on faisait une symétrie axiale le long de la diagonale $i = j$.
- On dit qu'une matrice est symétrique si $\mathbf{A} = \mathbf{A}^t$ ou hermitienne si $E \subset \mathbb{C}$ et $\mathbf{A} = \mathbf{A}^*$.

licensed under CC BY 4.0

Quelques propriétés

- Si $\mathbf{A}$ est inversible, on appelle inverse la matrice notée $\mathbf{A}^{-1}$ telle que $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{Id}$.
- On appelle l'adjoint de la matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ définie plus tôt, la matrice notée $\mathbf{A}^* \in \mathcal{M}_{n,m}(E)$, où * dénote l'adjoint, définie ainsi :

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \overline{a}_{1,1} & \dots & \overline{a}_{i,1} & \dots & \overline{a}_{m,1} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \overline{a}_{1,j} & & \overline{a}_{i,j} & & \overline{a}_{m,j} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \overline{a}_{1,n} & \dots & \overline{a}_{i,n} & \dots & \overline{a}_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

  où $\overline{a}_{i,j}$ est le conjugué complexe de $a_{i,j}$.Dans le cas non-complexe, on parle simplement de matrice transposée et on l'a note par un ^{t} (elle peut être aussi notée par $'$ ou $^\top$) et c'est comme si on faisait une symétrie axiale le long de la diagonale $i = j$.
- On dit qu'une matrice est symétrique si $\mathbf{A} = \mathbf{A}^t$ ou hermitienne si $E \subset \mathbb{C}$ et $\mathbf{A} = \mathbf{A}^*$.
- On dit qu'une matrice est orthogonale si $\mathbf{A}\mathbf{A}^t = \mathbf{Id}$ ou unitaire si $E \subset \mathbb{C}$ et $\mathbf{A}\mathbf{A}^* = \mathbf{Id}$.

licensed under CC BY 4.0

Quelques propriétés

- Si $\mathbf{A}$ est inversible, on appelle inverse la matrice notée $\mathbf{A}^{-1}$ telle que $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{Id}$.
- On appelle l'adjoint de la matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}(E)$ définie plus tôt, la matrice notée $\mathbf{A}^* \in \mathcal{M}_{n,m}(E)$, où * dénote l'adjoint, définie ainsi :

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \overline{a}_{1,1} & \dots & \overline{a}_{i,1} & \dots & \overline{a}_{m,1} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \overline{a}_{1,j} & & \overline{a}_{i,j} & & \overline{a}_{m,j} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \overline{a}_{1,n} & \dots & \overline{a}_{i,n} & \dots & \overline{a}_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

  où $\overline{a}_{i,j}$ est le conjugué complexe de $a_{i,j}$.Dans le cas non-complexe, on parle simplement de matrice transposée et on l'a note par un ^{t} (elle peut être aussi notée par $'$ ou $^\top$) et c'est comme si on faisait une symétrie axiale le long de la diagonale $i = j$.
- On dit qu'une matrice est symétrique si $\mathbf{A} = \mathbf{A}^t$ ou hermitienne si $E \subset \mathbb{C}$ et $\mathbf{A} = \mathbf{A}^*$.
- On dit qu'une matrice est orthogonale si $\mathbf{A}\mathbf{A}^t = \mathbf{Id}$ ou unitaire si $E \subset \mathbb{C}$ et $\mathbf{A}\mathbf{A}^* = \mathbf{Id}$.
- Enfin, $(\mathbf{A}\mathbf{B})^* = \mathbf{B}^*\mathbf{A}^*$.

licensed under CC BY 4.0

Sous-matrice et comatrice

Soit la sous-matrice $\mathbf{A}_{i,j} = (a_{k,\ell})_{\substack{k=1:m, k\neq i \\ \ell=1:n, \ell\neq j}}$:

$$\mathbf{A}_{i,j} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i-1,1} & \cdots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \cdots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & \cdots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \cdots & a_{i+1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,j-1} & a_{m,j+1} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{7}$$

licensed under CC BY 4.0

Sous-matrice et comatrice

Soit la sous-matrice $\mathbf{A}_{i,j} = (a_{k,\ell})_{\substack{k=1:m, k\neq i \\ \ell=1:n, \ell\neq j}}$:

$$\mathbf{A}_{i,j} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i-1,1} & \cdots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \cdots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & \cdots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \cdots & a_{i+1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,j-1} & a_{m,j+1} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Comatrice

On défini la comatrice de la matrice $\mathbf{A}$ par la matrice définie $\forall i = 1:m, \forall j = 1:n$ par :

$$\mathrm{com}(\mathbf{A})_{i,j} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{i,j}) \tag{8}$$

licensed under CC BY 4.0

Déterminant

Le déterminant se calcul de manière récursive par la formule suivante :

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_j (-1)^{1+j} a_{1,j} \det(\mathbf{A}_{1,j}) \tag{9}$$

Inverse matriciel

L'inverse matriciel peut se calculer a l'aide de la comatrice en utilisant la relation suivante :

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \mathrm{com}(\mathbf{A})^t \tag{10}$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) =$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei + bfg$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei + bfg + cdh$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei + bfg + cdh - gec$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei + bfg + cdh - gec - hfa$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb$$

licensed under CC BY 4.0

Astuces en basse dimension

Même si dans votre futur l'ordinateur fera les calculs pour vous, il faut être capable de les faire à la main en basse dimension pour pouvoir débugger.

Dimension 2

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = ad - cb$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dimension 3

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(\mathbf{A}) = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb$$



licensed under CC BY 4.0

02

Transformations isométriques

Transformations isométriques

Une isométrie est une transformation géométrique qui conserve les longueurs et les angles.





Transformations isométriques

Une isométrie est une transformation géométrique qui conserve les longueurs et les angles.



Rotation

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Translation

$$\mathbf{T}_\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{v}_1 \\ 0 & 1 & \mathbf{v}_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Symétrie horizontale

$$\mathbf{S}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Symétrie verticale

$$\mathbf{S}_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Symétrie axiale

$$\mathbf{S}_\theta = \mathbf{R}_\theta \mathbf{S}_x \mathbf{R}_{-\theta} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$$

licensed under CC BY 4.0

Des Questions ?

